

PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI² semaines 21 et 22
du lundi 17 mars 2024 au samedi 29 mars 2024

-
1. Somme et produit des racines d'un pol. scindé. Rel. coeff-racines pour les polynômes de deg. 2 ou 3.
2. Définition d'un développement limité en x_0 et en $+\infty$. Troncature, DL et équivalents, parité.
3. Si $f \in \text{DL}_1(x_0)$ et $x_0 \in I$ alors $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est dérivable au point x_0 .
4. Développements limités usuels : obtention par la formule de Taylor-Young (démontrée plus tard).
5. DL en 0 de \cos , \sin , sh , ch , \exp , $x \mapsto (1+x)^\alpha$ et $x \mapsto \ln(1+x)$. En particulier DL de $x \mapsto (1+x)^{-1}$.
6. Propriétés des DL : somme et produit, intégration et dérivation.
7. DL en 0 de $x \mapsto (1-x)^{-1}$. DL_n en x_0 de $x \mapsto (1-u(x))^{-1}$ lorsque $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0$ et $u \in \text{DL}_n(x_0)$.
8. Conséquence : Passage à l'inverse (en utilisant le DL de $x \mapsto (1 \pm x)^{-1}$). DL d'un quotient.
9. Conformément au programme, la composition de DL n'est étudiée que sur des exemples, mais est étudiée sur des exemples!
10. Calcul de limites et études de fonctions : asymptotes, tangente en un point et position relative de la courbe et de sa tangente. CN sur un DL_1 et CS sur un DL_2 pour un extr. local en un point intérieur.
-
11. Définition d'espace vectoriel. Exemples. Règles de calcul, propriété de régularité.
12. Systèmes de vecteurs. Combinaisons linéaires.
13. Sous-espaces vectoriels. Propriété caractéristique.
14. Sous-espace vectoriel engendré par un système de vecteurs.
-
15. Somme de sous-espaces vectoriels. Somme directe, sous-espaces supplémentaires.
16. Applications linéaires. L'espace vectoriel $\mathcal{L}(E, F)$.
17. Composition de deux applications linéaires. Inverse d'une application linéaire.
18. Image directe et réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire.
19. Caractérisation des applications linéaires injectives et surjectives à l'aide de $\text{Ker } u$ et $\text{Im } u$.
20. Ensemble des solutions d'une équation linéaire.
21. Système libre et système lié. Base d'un ev : système libre et générateur ; extension aux familles.
22. Coordonnées d'un vecteur dans une base.
23. Détermination d'une application linéaire sur une base, sur des sev supplémentaires.
24. Caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité d'une appl. linéaire par l'image d'une base.
25. $\mathcal{L}(E)$ et le groupe linéaire $\text{GL}(E)$. Projecteurs, projecteurs associés. Symétries.
26. Dimension finie : existence d'une famille génératrice finie.
27. Théorème de la base extraite (d'une famille génératrice). Conséquence : tout espace vectoriel de dimension finie non réduit à $\{\vec{0}\}$ possède au moins une base finie.
28. Un système de $n + 1$ vecteurs tous combinaison linéaire de n vecteurs $n \in \mathbb{N}^*$ est lié.
29. Définition de la dimension : dans un espace vectoriel de dimension finie non réduit à $\{\vec{0}\}$, toutes les bases ont le même nombre d'éléments.
- ← Sem. 21
début
- ← Sem. 22
début
- ← Sem. 21
fin

QUESTIONS DE COURS RELATIVES AU PROGRAMME DE COLLES

1. Si $n \in \mathbb{N}$ et $P \in \mathbb{K}_n[X]$ possède $n + 1$ racines distinctes, alors $P = 0$: preuve.
2. Preuve de la formule de Taylor : $\forall P \in \mathbb{K}_n[X], \forall a \in \mathbb{K}, P = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} P^{(k)}(a) (X - a)^k$.
3. Caractérisation d'une racine d'ordre $k \in \mathbb{N}^*$ de P à l'aide de P et de P' : énoncé seulement.
4. a est racine d'ordre k de P ssi ($P(a) = P'(a) = \dots = P^{(k-1)}(a) = 0$ et $P^{(k)}(a) \neq 0$) : preuve.
5. Somme et produit des racines d'un polynôme scindé : énoncé seulement.
6. Développement limité d'un produit de fonctions : énoncé + preuve.
7. Énoncé et preuve de la formule de Taylor-Young.
8. Sous-espace vectoriel engendré par un système de vecteurs : énoncé et démonstration.
9. Définition de sous-espace vectoriel. Propriété caractéristique. Définition d'une application linéaire.
10. Définition de somme directe **et** caractérisation. Définition de sous-espaces supplémentaires.
11. Composition d'applications linéaires, réciproque d'une application linéaire : énoncé et preuve.
12. Image directe d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire : énoncé et preuve.
13. Définition de système libre et de système lié. Définition de base.

Semaine 17
n°1 à 8

Semaine 18
n°6 à 13