PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI^2 semaine 12

du lundi 3 janvier 2022 au samedi 8 janvier 2022

1. Primitives de fonctions du type $x \mapsto 1/(ax^2+bx+c)$. Primitives des fonction puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme et $x \mapsto 1/(1+x^2)$, $x \mapsto 1/\sqrt{1-x^2}$.
2. Intégration par parties pour les fonctions de classes $\mathcal{C}^1$. Application au calcul de primitives.
3. Changement de variable : si $\varphi : I \to J$ est de classe $\mathcal{C}^1$ sur I et si $f : J \to \mathbb{R}$ est continue sur J, alors pour tout $(\alpha, \beta) \in I^2$,
$$\int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,\mathrm{d}t = \int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x)\,\mathrm{d}x$$
4. Définition de matrice à coefficients dans $\mathbb{K}$. Notation $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Matrice d'un système, matrice complète (revoir un précédent chapitre).
5. Matrices colonnes et matrices lignes d'une matrice de $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
6. L'espace vectoriel $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Base canonique (pas de notion générale) : elle est formée des matrices élémentaires E_{ij}.
7. Revoir tout ce qui a été vu dans un précédent chapitre sur les systèmes linéaires. **Exercices**.
8. Definition du produit d'une matrice de $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ par une matrice-colonne $X \in \mathrm{M}_{p,1}(\mathbb{K})$. **formule**, calcul pratique.
9. Interprétation matricielle d'un système sous la forme $Y = AX$. Structure de l'ensemble des solutions. Linéarité de $\varphi : \mathrm{M}_{p1}(\mathbb{K}) \to \mathrm{M}_{n1}(\mathbb{K}),\ X \mapsto AX$ lorsque $A \in \mathrm{M}_{np}(\mathbb{K})$.
10. Définition du produit de deux matrices pour obtenir l'associativité : **formule** et calcul pratique. Propriétés : bilinéarité, matrice identité, distributivité par rapport à l'addition. Identité neutre.
11. Espace vectoriel $\mathrm{M}_n(\mathbb{K})$. Le produit est une loi de composition interne sur $\mathrm{M}_n(\mathbb{K})$. Puissances de matrices et formule du binôme sous condition de commutativité.
12. Matrices triangulaires et diagonales : $T_n^+(\mathbb{K})$, $T_n^-(\mathbb{K})$ et $D_n(\mathbb{K})$ sont des sev de $\mathrm{M}_n(\mathbb{K})$.
13. Multiplication d'une matrice par des matrices de la base canonique (à gauche et à droite).
14. Multiplication par des matrices d'opération élémentaire (dilatation, permutation, transvection) : opérations correspondantes sur lignes et colonnes.
15. Traduction matricielle de l'algorithme de Gauss-Jordan [Très rapidement : on multiplie à gauche par des matrices d'opération élémentaire].
16. Transposition. Linéarité. Transposée d'un produit.
17. Matrices symétriques et antisymétriques. $\mathcal{S}_n(\mathbb{K})$ et $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$ sont des sous-espaces vectoriels de $\mathrm{M}_n(\mathbb{K})$.

Questions de cours relatives au programme de colles

1. Théorème de changement de variable (énoncé + preuve).
2. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2+bx+c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac > 0$
3. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2+bx+c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac = 0$
4. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2+bx+c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac < 0$
5. Définition du produit d'une matrice de $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ par une matrice-colonne de $\mathrm{M}_{p,1}(\mathbb{K})$. Formule.
6. Définition du produit de deux matrices. Formule. Savoir faire un produit.
7. Définition de matrice triangulaire. Produit de matrices triangulaires (avec preuve).
8. Formule du binôme pour les matrices de $\mathrm{M}_n(\mathbb{K})$ qui commutent. (avec preuve).