PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI^2 semaine 11
du lundi 19 décembre 2024 au samedi 14 décembre 2024

1. **Tous les exercices sur les EDL d'ordre 1**
2. Équations différentielles linéaires du second ordre à **coefficients constants**.
   (a) Problème de Cauchy : théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 2 (admis).
   (b) Étude de l'équation homogène, équation caractéristique :
   (c) Solution particulière lorsque le second membre est $x \mapsto A\,e^{\alpha x}$, $A \in \mathbb{K}$ et $\alpha \in \mathbb{K}$.
   (d) Exemples simples d'extension au cas où le second membre est $x \mapsto P(x)\,e^{\alpha x}$, $P \in \mathbb{K}[X]$ et $\alpha \in \mathbb{K}$.
   (e) Exemples lorsque le second membre est $x \mapsto A\,e^{\alpha x}\cos(\beta x)$, $A \in \mathbb{R}$ et $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.
3. Superposition de solutions. Exemples.
4. Rappels de terminale sur le calcul intégral. Théorème fondamental du calcul intégral.
5. Dérivée de $x \mapsto \int_\alpha^x f(t)\,\mathrm{d}t$ où f est continue (résultat admis pour l'instant). Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.
6. Ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.
7. Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes, notamment (**savoir faire à maîtriser**) primitives de $x \mapsto e^{ax}\cos bx$ et $x \mapsto e^{ax}\sin bx$.
8. Primitives de fonctions du type $x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$. Primitives des fonction puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme et $x \mapsto 1/(1 + x^2)$, $x \mapsto 1/\sqrt{1 - x^2}$.
9. Intégration par parties pour les fonctions de classes $\mathcal{C}^1$. Application au calcul de primitives.
10. Changement de variable : si $\varphi : I \to J$ est de classe $\mathcal{C}^1$ sur I et si $f : J \to \mathbb{R}$ est continue sur J, alors pour tout $(\alpha, \beta) \in I^2$,
$$\int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,\mathrm{d}t = \int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x)\,\mathrm{d}x$$
11. Définition de matrice à coefficients dans $\mathbb{K}$. Notation $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Matrice d'un système, matrice complète (revoir un précédent chapitre).
12. Matrices colonnes et matrices lignes d'une matrice de $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
13. L'espace vectoriel $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Base canonique (pas de notion générale) : elle est formée des matrices élémentaires E_{ij}.
14. Revoir tout ce qui a été vu dans un précédent chapitre sur les systèmes linéaires. **Exercices sur les systèmes linéaires**.
15. Definition du produit d'une matrice de $\mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ par une matrice-colonne $X \in \mathrm{M}_{p,1}(\mathbb{K})$. **formule**, calcul pratique.
16. Interprétation matricielle d'un système sous la forme $Y = AX$. Structure de l'ensemble des solutions. Linéarité de $\varphi : \mathrm{M}_{p1}(\mathbb{K}) \to \mathrm{M}_{n1}(\mathbb{K}),\ X \mapsto AX$ lorsque $A \in \mathrm{M}_{np}(\mathbb{K})$.
17. Définition du produit de deux matrices pour obtenir l'associativité : formule et cas pratique.

Questions de cours relatives au programme de colles

1. Équation caractéristique pour les EDL d'ordre 2 à coefficients constants.
   Ensemble des solutions de l'ESSM (3 cas) (résultat seulement)
2. Solution particulière d'une EDL d'ordre 2 à coefficients constants lorsque le second membre est de la forme $x \mapsto A\,e^{\lambda x}$ (résultat seulement)
3. Donner un exemple de calcul d'intégrale ou de primitive par une intégration par parties.
4. Théorème de changement de variable (énoncé + preuve).
5. Donner un exemple de calcul d'intégrale par un changement de variable.
6. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac > 0$
7. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac = 0$
8. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac < 0$