PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI^2 semaines 09 et 10

du lundi 25 novembre 2024 au samedi 07 décembre 2024

← Sem. 09 début

1. Injections, surjections, bijections. Exemples. Composée de deux injections, surjections, bijections.
2. Application réciproque d'une bijection : $\forall f \in \mathrm{Bij}(E,F),\ \exists! g : F \to E,\ f \circ g = \mathrm{id}_F$ et $g \circ f = \mathrm{id}_E$.
3. Image directe d'une partie par une application, exemples dont image directe d'une réunion.
4. **Compétence** : Si $f : E \to F$, $A \subset E$ et $y \in F$, alors $y \in f(A)$ **ssi** $(\exists x \in A,\ y = f(x))$.
5. Image réciproque d'une partie par une application, exemples dont image réciproque d'une réunion, d'une intersection. **Compétence** : Si $f : E \to F$, $B \subset F$ et $x \in E$, alors $x \in f^{-1}(B)$ **ssi** $f(x) \in B$.

On admet le théorème de la bijection continue et sur la dérivabilité d'une fonction réciproque

← Sem. 10 début

6. **Fonctions circulaires réciproques :** arcsin, arccos, arctan**. Dérivées. Pour tout** $x \in [-1;1]$, $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$**.** et pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \varepsilon \frac{\pi}{2}$ avec $\varepsilon = \mathrm{signe}(x)$.
7. Fonction logarithme, exponentielle (dans cet ordre). Fonctions puissances, limites en 0^+ et $+\infty$.
8. Fonctions hyperboliques directes : sh, ch avec leurs dérivées. Fonction th abordée. Propriétés.
9. Équations différentielles linéaires de degré 1. Structure de l'ensemble des solutions : introduction d'une application $u : y \mapsto a\,y' + b\,y$, propriété appelée linéarité puis notation $\mathrm{Ker}\, u$: investissement !
10. Solutions de l'équation homogène (ESSM). Structure de l'ensemble des solutions de l'ESSM.
11. Recherche d'une solution particulière par la méthode de «variation de la constante».
12. Problème de Cauchy : théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 1.

← Sem. 09 fin

13. Équations différentielles linéaires du second ordre à **coefficients constants**.
    (a) Problème de Cauchy : théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 2 (admis).
    (b) Étude de l'équation homogène, équation caractéristique :
    (c) Solution particulière lorsque le second membre est $x \mapsto A\,e^{\alpha x}$, $A \in \mathbb{K}$ et $\alpha \in \mathbb{K}$.
    (d) Exemples simples d'extension au cas où le second membre est $x \mapsto P(x)\,e^{\alpha x}$, $P \in \mathbb{K}[X]$ et $\alpha \in \mathbb{K}$.
    (e) Exemples lorsque le second membre est $x \mapsto A\,e^{\alpha x}\cos(\beta x)$, $A \in \mathbb{R}$ et $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.
14. Superposition de solutions. Exemples.
15. Rappels de terminale sur le calcul intégral. Théorème fondamental du calcul intégral.
16. Dérivée de $x \mapsto \int_\alpha^x f(t)\,\mathrm{d}t$ où f est continue (résultat admis pour l'instant). Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.
17. Ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.
18. Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes, notamment (**savoir faire à maîtriser**) primitives de $x \mapsto e^{ax}\cos bx$ et $x \mapsto e^{ax}\sin bx$.
19. Primitives de fonctions du type $x \mapsto 1/(ax^2+bx+c)$. Primitives des fonction puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme et $x \mapsto 1/(1+x^2)$, $x \mapsto 1/\sqrt{1-x^2}$.

← Sem. 10 fin

Questions de cours relatives au programme de colles

Semaine 09 n°1 à 6

Semaine 10 n°4 à 9

1. Définition de surjection et d'injection. Caractérisations d'une injection, d'une surjection.**Savoir donner des exemples**. Définition de bijection.
2. Définition d'image directe et réciproque d'une partie par une application.
3. Preuve de l'équation fonctionnelle de ln : $\forall (x,y) \in (\mathbb{R}_+^*)^2,\ \ln(xy) = \ln x + \ln y$.
4. Définition, dérivée et courbe de arcsin, arccos, arctan.(preuve du calcul de la dérivée)
5. Définition et dérivée de sh, ch, th. Courbes représentatives. **[Demander l'étude des 3 fcts.]**.
6. Structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 et justification.
7. Etude de l'équation homogène d'une EDL d'ordre 1, structure de l'ensemble des solutions.
8. Méthode de variation de la constante pour les EDL d'ordre 1.
9. Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 1 (énoncé + preuve)