

PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI<sup>2</sup> semaines 05 et 06

du lundi 18 octobre 2021 au samedi 13 novembre 2021

1. Définition d'équation linéaire à  $p$  inconnues dans  $\mathbb{R}$ . Interprétation géométrique des systèmes  $2 \times 2$  en terme d'équations de droites. Début  
semaine 5
2. Questionnement sur la compatibilité d'un système, sur le problème d'unicité d'une solution.
3. Définition de la matrice d'un système, de la matrice complète/augmentée.
4. Opérations élémentaires sur les lignes d'un système produisant un système équivalent.
5. Échelonnement d'un système/d'une matrice complète conduisant à un système avec 3 inconnues principales au maximum. Notion d'inconnue secondaire.
6. Systèmes de Cramer de 2 équations à 2 inconnues, 3 équations à 3 inconnues. Début  
semaine 6
7. Intérêt d'une forme échelonnée du système/de la matrice complète pour répondre à la question de l'existence et de l'unicité d'une solution. Intérêt d'une matrice complète échelonnée-réduite.
8. Écriture de l'ensemble des solutions sous la forme Sol. particulière + vect.(au plus 2 vecteurs).
9. Ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes contenant  $\mathbb{R}$ . Équations à coefficients entiers ne possédant pas de solution réelle comme  $x^2 + 1 = 0$ .
10. Brève introduction d'une addition et d'une multiplication sur  $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2 : i^2 = (0, 1)^2 = (-1, 0) = -1$ .  
Forme algébrique d'un nombre complexe. Ensemble  $i\mathbb{R}$  des imaginaires purs. Complexe conjugué.  
Définition de partie réelle et de partie imaginaire d'un nombre complexe :

$$\forall z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re} z = \frac{z + \bar{z}}{2} \quad \text{et} \quad \operatorname{Im} z = \frac{z - \bar{z}}{2i}$$

11. Équivalences :

$$\forall z \in \mathbb{C}, \quad z \in \mathbb{R} \iff \operatorname{Im}(z) = 0 \iff z = \bar{z} \quad \text{et} \quad z \in i\mathbb{R} \iff \operatorname{Re}(z) = 0 \iff z = -\bar{z}$$

12. Propriétés de l'addition et de la multiplication dans  $\mathbb{C}$ . Extension de formules algébriques vues dans  $\mathbb{R}$  : somme des termes d'une progression géométrique, factorisation de  $b^n - a^n$  pour  $(a, b) \in \mathbb{C}^2$  et  $n \in \mathbb{N}^*$  et formule du binôme dans  $\mathbb{C}$ . Ex :  $2^3 + 2^4 + \dots + 2^{10} = ?$  / Factorisation de  $z^3 - 1 / (2 + i)^5 = ?$  Fin  
semaine 5
13. Affixe d'un point, image d'un nombre complexe. Affixe de  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de celles de  $A$  et  $B$ .
14. Inverse d'un nombre complexe non nul, utilisation du conjugué pour obtenir une forme algébrique.
15. Module d'un nombre complexe : propriétés du module, interprétation géométrique. Inégalité triangulaire. Le module est une norme sur  $\mathbb{C}$ . Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.
16. Argument d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) [2\pi]$ .
17. Formules d'Euler et de Moivre. Exponentielle complexe : c'est une application surjective de  $\mathbb{C}$  sur  $\mathbb{C}^*$ . (pas de définition générale de la surjectivité)
18. Racines carrées de réels dans  $\mathbb{C}$ . Équations du second degré à coefficients réels.
19. Racines carrées de complexes dans  $\mathbb{C}$ . Équations du second degré à coefficients complexes.
20. Racines  $n$ -ièmes de l'unité. Somme des racines  $n$ -ièmes de 1. Racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe.
21. Représentation complexe de certaines transformations du plan : translation/homothétie/rotation/symétrie d'axe  $(Ox)$ .
22. Exemples de calculs de sommes, de développement de  $\cos n\theta$  et  $\sin n\theta : e^{in\theta} + \text{Moivre} + \text{binôme}$ .
23. Exemples de linéarisation de  $\cos^n \theta$  et  $\sin^n \theta : \text{Euler} + \text{binôme} + \text{Moivre} + \text{Euler}$ . Fin  
semaine 6

# QUESTIONS DE COURS RELATIVES AU PROGRAMME DE COLLES

1. **formule du binôme** : énoncé et preuve Début  
semaine 5
2. Définition de matrice, de matrice échelonnée, de matrice échelonnée réduite.
3. Définition de conjugué, définition de partie réelle et partie imaginaire d'un complexe. Caractérisation des réels, des imaginaires purs à l'aide de  $\operatorname{Re}$  et  $\operatorname{Im}$ . Début  
semaine 6
4. Somme des termes d'une progression géométrique (énoncé), factorisation de  $b^n - a^n$  lorsque  $(a, b) \in \mathbb{C}^2$  et  $n \in \mathbb{N}^*$  (énoncé + preuve).
5. Définitions : image d'un complexe et affixe d'un point ou d'un vecteur. Affixe du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  : preuve.
6. Donner la forme algébrique de l'inverse d'un complexe donné sous forme algébrique : méthode + savoir faire sur des exemples. Forme algébrique du quotient d'un complexe par un complexe non nul.
7. Définition de module, énoncé et preuve de l'inégalité triangulaire dans  $\mathbb{C}$ .
8. Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire : énoncé + preuve Fin  
semaine 5
9. Méthode de recherche de racines carrées d'un complexe donné sous forme algébrique. Exemple.
10. Méthode de recherche des racines  $n$ -ièmes d'un complexe non réel dans  $\mathbb{C}$ . Savoir donner un exemple. Fin  
semaine 6