PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI^2 semaines 05 et 06

du lundi 14 octobre 2024 au samedi 9 novembre 2024

← Sem. 05 début

1. Définition d'équation linéaire à p inconnues dans $\mathbb{R}$. Interprétation géométrique des systèmes 2×2 en terme d'équations de droites.
2. Questionnement sur la compatibilité d'un système, sur le problème d'unicité d'une solution.
3. Définition de la matrice d'un système, de la matrice complète/augmentée.
4. Opérations élémentaires sur les lignes d'un système produisant un système équivalent.
5. Échelonnement d'un système/d'une matrice complète conduisant à un système avec 3 inconnues principales au maximum. Notion d'inconnue secondaire.
6. Systèmes de Cramer de 2 équations à 2 inconnues, 3 équations à 3 inconnues.

← Sem. 06 début

7. Intérêt d'une forme échelonnée du système/de la matrice complète pour répondre à la question de l'existence et de l'unicité d'une solution. Intérêt d'une matrice complète échelonnée-réduite.
8. Écriture de l'ensemble des solutions sous la forme Sol. particulière + vect(au plus 2 vecteurs).
9. Ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes contenant $\mathbb{R}$. Équations à coefficients entiers ne possédant pas de solution réelle comme $x^2 + 1 = 0$.
10. Brève introduction d'une addition et d'une mutiplication sur $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$: $i^2 = (0,1)^2 = (-1,0) = -1$. Forme algébrique d'un nombre complexe. Ensemble $i\mathbb{R}$ des imaginaires purs. Complexe conjugué. Définition de partie réelle et de partie imaginaire d'un nombre complexe :
$$\forall z \in \mathbb{C},\ \operatorname{Re} z = \frac{z + \bar{z}}{2} \quad \text{et} \quad \operatorname{Im} z = \frac{z - \bar{z}}{2i}$$
11. Équivalences :
$$\forall z \in \mathbb{C}, \quad z \in \mathbb{R} \iff \operatorname{Im}(z) = 0 \iff z = \bar{z} \quad \text{et} \quad z \in i\mathbb{R} \iff \operatorname{Re}(z) = 0 \iff z = -\bar{z}$$
12. Propriétés de l'addition et de la multiplication dans $\mathbb{C}$. Extension de formules algébriques vues dans $\mathbb{R}$: somme des termes d'une progression géométrique, factorisation de $b^n - a^n$ pour $(a,b) \in \mathbb{C}^2$ et $n \in \mathbb{N}^*$ et formule du binôme dans $\mathbb{C}$. Ex : $2^3 + 2^4 + \cdots + 2^{10} = ?$/Factorisation de $z^3 - 1/(2+i)^5 = ?$
13. Affixe d'un point, image d'un nombre complexe. Affixe de $\overrightarrow{AB}$ en fonction de celles de A et B.
14. Inverse d'un nombre complexe non nul, utilisation du conjugué pour obtenir une forme algébrique.
15. Module d'un nombre complexe : propriétés du module, interprétation géométrique. Inégalité triangulaire. Le module est une norme sur $\mathbb{C}$. Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.

← Sem. 05 fin

16. Argument d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) [2\pi]$.
17. Formules d'Euler et de Moivre. Exponentielle complexe : c'est une application surjective de $\mathbb{C}$ sur $\mathbb{C}^*$. (pas de définition générale de la surjectivité)
18. Racines carrées de réels dans $\mathbb{C}$. Équations du second degré à coefficients réels.
19. Racines carrées de complexes dans $\mathbb{C}$. Équations du second degré à coefficients complexes.
20. Racines n-ièmes de l'unité. Somme des racines n-ièmes de 1. Racines n-ièmes d'un nombre complexe.
21. Représentation complexe de certaines transformations du plan : translation/homothétie/rotation/symétrie d'axe (Ox).
22. Exemples de calculs de sommes, de développement de $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$: $e^{in\theta}$ + Moivre + binôme.
23. Exemples de linéarisation de $\cos^n \theta$ et $\sin^n \theta$: Euler + binôme + Moivre + Euler.

← Sem. 06 fin

Questions de cours relatives au programme de colles

Semaine 05
n°1 à 8
——
Semaine 06
n°3 à 10

1. **formule du binôme** : énoncé et preuve
2. Définition de matrice, de matrice échelonnée, de matrice échelonnée réduite.
3. Définition de conjugué, définition de partie réelle et partie imaginaire d'un complexe. Caractérisation des réels, des imaginaires purs à l'aide de Re et Im.
4. Somme des termes d'une progression géométrique (énoncé), factorisation de $b^n - a^n$ lorsque $(a, b) \in \mathbb{C}^2$ et $n \in \mathbb{N}^*$ (énoncé + preuve).
5. Definitions : image d'un complexe et affixe d'un point ou d'un vecteur. Affixe du vecteur $s\overrightarrow{AB}$: preuve.
6. Donner la forme algébrique de l'inverse d'un complexe donné sous forme algébrique : méthode + savoir faire sur des exemples. Forme algébrique du quotient d'un complexe par un complexe non nul.
7. Définition de module, énoncé et preuve de l'inégalité tirangulaire dans $\mathbb{C}$.
8. Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire : énoncé + preuve
9. Méthode de recherche de racines carrées d'un complexe donné sous forme algébrique. Exemple.
10. Méthode de recherche des racines n-ièmes d'un complexe non réel dans $\mathbb{C}$. Savoir donner un exemple.