

PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI<sup>2</sup> semaines 03 et 04  
du lundi 3 octobre 2022 au samedi 15 octobre 2022

- 
1. Notions de logique : calcul propositionnel (utilisation de OU, ET, NON,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ), modes de raisonnement (absurde, contraposée, disjonction des cas ...), quantificateurs et prédicats. ← Sem. 03  
début
2. Ensembles, opérations sur les ensembles (intersection, réunion, différence symétrique, complémentaire). Ensemble des parties d'un ensemble.
- 
3. Ensemble  $\mathbb{N}$  des entiers naturels (pas de théorie). Récurrence. Principe général. Récurrence simple, double, forte. ← Sem. 04  
début
4. Sommes et produits (symboles  $\sum$  et  $\prod$ ) dans  $\mathbb{R}$ . Sommes doubles, sommes doubles triangulaires.
5. Coefficients du binôme, formule du triangle de Pascal, **formule du binôme**.
6. Exemples de calculs de sommes et produits. Somme des termes d'une progression géométrique.
7. Intervalles et valeur absolue. Inégalité triangulaire et corollaire majoration de  $|x+y|$  puis de  $||x|-|y||$ .
8. Savoir Faire : inégalités par manipulations algébriques
9. Savoir Faire : utiliser l'inégalité triangulaire
10. Savoir Faire : utiliser la disjonction des cas et la fonction  $x \mapsto x^2$  avec  $||$  et  $\sqrt{\quad}$
11. Savoir Faire : montrer qu'un réel  $u$  est dans  $[-r; r]$  avec  $r \in \mathbb{R}_+$
12. Savoir Faire : résoudre une inéquation avec  $||$  et  $\sqrt{\quad}$
13. Savoir Faire : montrer que pour tout  $x \in I$ ,  $a(x) \leq b(x)$
14. Savoir Faire : écrire la définition de partie entière d'un réel par encadrement et l'utiliser
15. Savoir Faire : « retourner » un encadrement (Ex : encadrement de  $[x]$  à partir de la déf. de  $[x]$ )
16. Savoir Faire : inégalités classiques : moyennes harmonique, géométrique, arithmétique
17. Savoir Faire : enchaîner les inégalités c.-à-d. utiliser la transitivité de  $\leq$
- 
18. Définition d'équation linéaire à  $p$  inconnues dans  $\mathbb{R}$ . Interprétation géométrique des systèmes  $2 \times 2$  en terme d'équations de droites. ← Sem. 03  
fin
19. Questionnement sur la compatibilité d'un système, sur le problème d'unicité d'une solution.
20. Définition de la matrice d'un système, de la matrice complète/augmentée.
21. Opérations élémentaires sur les lignes d'un système produisant un système équivalent.
22. Échelonnement d'un système/d'une matrice complète conduisant à un système avec 3 inconnues principales au maximum. Notion d'inconnue secondaire.
23. Systèmes de Cramer de 2 équations à 2 inconnues, 3 équations à 3 inconnues.
24. Intérêt d'une forme échelonnée du système/de la matrice complète pour répondre à la question de l'existence et de l'unicité d'une solution. Intérêt d'une matrice complète échelonnée-réduite.
25. Écriture de l'ensemble des solutions sous la forme Sol. particulière + vect.(au plus 2 vecteurs). ← Sem. 04  
fin
-

# QUESTIONS DE COURS RELATIVES AU PROGRAMME DE COLLES

1. Principe de récurrence double. Savoir donner un exemple.
2. Définition de nombre dérivé d'une fonction. en un point (s'il existe!). Interprétation géométrique (pente de la « tangente » à la courbe)
3. Exemple de somme ou de produit télescopique.
4. Sommes à connaître : pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,

Semaine 03  
n°1 à 8  
Semaine 04  
n°2 à 9

$$\sum_{k=1}^n k = ? \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^n k^2 = ? \quad (\text{formule à savoir démontrer}) \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^n k^3 = ?$$

5. Coefficients du binôme, formule du triangle de Pascal : preuve.
6. **formule du binôme** : énoncé et preuve
7. Définition de valeur absolue. Inégalité triangulaire dans  $\mathbb{R}$  et corollaire.
8. Définition de partie entière. Utilisation pour démontrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ .
9. Énoncé et preuve des inégalités classiques :

$$\forall (a, b) \in (\mathbb{R}_+^*)^2, \quad \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

10. Définition de matrice, de matrice échelonnée, de matrice échelonnée réduite.