

1. Matrice de passage. Effet d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur.
2. Effet d'un changement de bases sur la matrice d'une application linéaire. Formule  $A' = Q^{-1}AP$ .
3. **Tout exercice sur les matrices d'applications linéaires.**
4. Déterminant d'une matrice carrée de  $M_n(\mathbb{K})$  : unique application de  $M_n(\mathbb{K})$  dans  $\mathbb{K}$ , linéaire par rapport à chaque colonne de sa variable, antisymétrique et vérifiant  $\det I_n = 1$ .
5. Justification de la définition lorsque  $n = 2$  et  $n = 3$ . Conséquence : opérations sur les colonnes d'un déterminant. On ne modifie pas la valeur d'un déterminant en ajoutant à un colonne une combinaison linéaire des autres colonnes de ce déterminant.
6. Déterminant du produit d'une matrice par une matrice d'opération élémentaire (à droite). Déterminant d'un produit de matrices. Caractérisation des matrices inversibles.
7. Déterminant et transposition, opérations sur les colonnes d'un déterminant.
8. Développement par rapport à une ligne, une colonne. Déterminant d'une matrice triangulaire.
9. Déterminant de Vandermonde. Factoriser un déterminant par des opérations sur les lignes/colonnes.
10. Déterminant d'un système de vecteurs.
11. Caractérisation des bases dans un e.v. de dimension finie. Déterminant d'un endomorphisme.
12. Propriétés. Déterminant d'une composée d'endomorphismes et caractérisation des automorphismes.
13. Expérience aléatoire et univers. Espace probabilisable fini, événements. Opérations sur les événements.
14. Système complet d'événements. Définition de probabilité, espace probabilisé fini. Propriétés.
15. Une probabilité est entièrement déterminée par les images des singletons. Equiprobabilité.
16. Probabilités conditionnelles, exemples. Formule des probabilités composées.
17. Formule des probabilités totales. Arbres de probabilités. Formule de Bayes, exemples d'application.
18. Couple d'événements indépendants, interprétation.  $A$  et  $B$  sont des événements indépendants ssi  $A$  et  $\bar{B}$  sont indépendants.
19. Famille d'événements indépendants. Evénements deux à deux indépendants, mutuellement indép.ts.
20. Des événements mutuellement indépendants forment une famille d'événements deux à deux indép.ts.
21. Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sont deux à deux indépendants et si pour tout  $i \in \llbracket 1; n \rrbracket$ ,  $B_i = A_i$  ou  $\bar{A}_i$  alors  $B_1, B_2, \dots, B_n$  sont deux à deux indépendants.
22. Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sont mutuellement indépendants et si pour tout  $i \in \llbracket 1; n \rrbracket$ ,  $B_i = A_i$  ou  $\bar{A}_i$  alors  $B_1, B_2, \dots, B_n$  sont mutuellement indépendants.
23. Définition d'une probabilité sur un espace produit cartésien de deux espaces probabilisés.
24. Produit scalaire sur un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel. Produit scalaire canonique sur  $\mathbb{R}^n$ . Autres exemples.
25. Inégalité de Cauchy-Schwarz. Norme euclidienne : inégalité triangulaire. Distance euclidienne.

Semaines  
29 et 30

Semaine  
30

## QUESTIONS DE COURS RELATIVES AU PROGRAMME DE COLLES

1. Relation entre coordonnées d'un vecteur et celles de son image par une application linéaire, interprétation matricielle avec démonstration.
2. Relation entre la composition d'applications linéaires et le produit matriciel : énoncé + preuve.
3. Effet d'un changement de base sur la matrice d'une application linéaire : démonstration
4. Déterminant du produit de deux matrices carrées : preuve
5. Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du déterminant.
6. Déterminant de Vandermonde : énoncé + preuve.
7. Déterminant de Vandermonde : énoncé + preuve.
8. Formule des probabilités composées : énoncé + preuve + exemple d'utilisation
9. Formule des probabilités totales : énoncé + preuve + exemple d'utilisation
10. Formule de Bayes : énoncé + preuve + exemple d'utilisation
11. Définition d'événements indépendants, de famille d'événements deux à deux indépendants, mutuellement indépendants.

Semaine  
29 début

Semaine  
29 fin  
Semaine  
30 début

Semaine  
30 fin