

1. **Tout exercice sur les EDL d'ordre 1.**
2. Équations différentielles linéaires du second ordre à **coefficients constants**.
 - (a) Problème de Cauchy : théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 2.
 - (b) Étude de l'équation homogène, équation caractéristique.
 - (c) Solution particulière lorsque le second membre est $x \mapsto A e^{\alpha x}$, $A \in \mathbb{K}$ et $\alpha \in \mathbb{K}$.
 - (d) Exemple simple d'extension au cas où le second membre est $x \mapsto P(x) e^{\alpha x}$, $P \in \mathbb{K}[X]$ et $\alpha \in \mathbb{K}$.
 - (e) Exemples lorsque le second membre est $x \mapsto A e^{\alpha x} \cos(\beta x)$, $A \in \mathbb{R}$ et $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.
3. Superposition de solutions.
4. Rappels de terminale sur le calcul intégral. Théorème fondamental du calcul intégral.
5. Dérivée de $x \mapsto \int_{\alpha}^x f(t) dt$ où f est continue (résultat admis pour l'instant). Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.
6. Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.
7. Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes, notamment primitives de $x \mapsto e^{\alpha x} \cos bx$ et $x \mapsto e^{\alpha x} \sin bx$.
8. Primitives de fonctions du type $x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$. Primitives des fonctions puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme et $x \mapsto 1/(1+x^2)$, $x \mapsto 1/\sqrt{1-x^2}$.
9. Intégration par parties pour les fonctions de classes \mathcal{C}^1 . Application au calcul de primitives.
10. Changement de variable : si $\varphi : I \rightarrow J$ est de classe \mathcal{C}^1 sur I et si $f : J \rightarrow \mathbb{R}$ est continue sur J , alors pour tout $(\alpha, \beta) \in I^2$,
$$\int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t) dt = \int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x) dx$$
11. Définition d'équation linéaire à p inconnues dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} . Interprétation géométrique des systèmes 2×2 en terme d'équations de droites.
12. Questionnement sur la compatibilité d'un système, sur le problème d'unicité d'une solution.
13. Définition d'espace vectoriel. Exemple : \mathbb{K}^p .
14. Définition de système linéaire de $n \in \mathbb{N}^*$ équations à $p \in \mathbb{N}^*$ inconnues.
15. Définition de matrice à coefficients dans \mathbb{K} . Notation $M_{n,p}(\mathbb{K})$. Matrice d'un système, matrice complète.
16. Matrices colonnes d'une matrice de $M_{n,p}(\mathbb{K})$. Interprétation d'un système linéaire à partir des combinaisons linéaires des matrices colonnes de la matrice du système.
17. Defn. du produit d'une matrice de $M_{n,p}(\mathbb{K})$ par une matrice-colonne $X \in M_{p,1}(\mathbb{K})$. Calcul pratique.
18. Système homogène associé au système S : il s'agit d'un sev de \mathbb{K}^p .
19. Opérations sur les systèmes et les matrices : trois types d'opérations autorisées.
20. Matrices équivalentes selon les lignes. Structure de l'ensemble des solutions d'un système linéaire.
21. Système de Cramer triangulaire. Définition de matrice échelonnée, de pivot, de matrice échelonnée réduite. Exemples.
22. Toute matrice est équivalente selon les lignes à une matrice échelonnée. Algorithme de Gauss-Jordan.
23. Toute matrice est équivalente selon les lignes à une unique matrice échelonnée réduite.

QUESTIONS DE COURS RELATIVES AU PROGRAMME DE COLLES

1. Équation caractéristique pour les EDL d'ordre 2 à coefficients constants.
Ensemble des solutions de l'ESSM (3 cas) (résultat seulement) Semaine
9 début
2. Solution particulière d'une EDL d'ordre 2 à coefficients constants lorsque le second membre est de la forme $x \mapsto A e^{\lambda x}$ (résultat seulement)
3. Donner un exemple de calcul d'intégrale ou de primitive par une intégration par parties.
4. Théorème de changement de variable (énoncé + preuve). Semaine
10 début
5. Donner un exemple de calcul d'intégrale par un changement de variable.
6. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac > 0$
7. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac = 0$
8. Calcul d'une primitive de $f : x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ lorsque $\Delta = b^2 - 4ac < 0$
9. Définition d'espace vectoriel. Deux exemples. Semaine
9 fin
10. Définition de matrice à coefficients dans \mathbb{K} , de matrice échelonnée et de matrice échelonnée réduite.
11. Définition du produit d'une matrice de $M_{n,p}(\mathbb{K})$ par une matrice-colonne de $M_{p,1}(\mathbb{K})$. Formule.
12. Structure de l'ensemble des solutions d'un système linéaire (démonstration). Semaine
10 fin