

PROGRAMME DE COLLES MATH PCSI<sup>2</sup> semaines 07 et 08

du lundi 9 novembre 2020 au samedi 21 novembre 2020

1. **Tout exercice portant sur les applications injectives, surjectives, bijectives et l'image directe et réciproque d'une partie par une application.** Semaines 7 et 8
2. **Fonctions circulaires réciproques** : arcsin, arccos, arctan. **Dérivées. Relation entre arcsin et arccos.**
3. Fonction logarithme, exponentielle (dans cet ordre). Fonctions puissances, limites en  $0^+$  et  $+\infty$ .
4. Fonctions hyperboliques directes : sh, ch, th avec leurs dérivées. Propriétés.
5. Équations différentielles linéaires de degré 1. Structure de l'ensemble des solutions.
6. Solutions de l'équation homogène (ESSM). Structure de l'ensemble des solutions.
7. Recherche d'une solution particulière par la méthode de «variation de la constante».
8. Problème de Cauchy : théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 1.
9. Équations différentielles linéaires du second ordre à **coefficients constants**. Semaine 8
  - (a) Problème de Cauchy : théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 2.
  - (b) Étude de l'équation homogène, équation caractéristique.
  - (c) Solution particulière lorsque le second membre est  $x \mapsto A e^{\alpha x}$ ,  $A \in \mathbb{K}$  et  $\alpha \in \mathbb{K}$ .
  - (d) Exemple simple d'extension au cas où le second membre est  $x \mapsto P(x) e^{\alpha x}$ ,  $P \in \mathbb{K}[X]$  et  $\alpha \in \mathbb{K}$ .
  - (e) Exemples lorsque le second membre est  $x \mapsto A e^{\alpha x} \cos(\beta x)$ ,  $A \in \mathbb{R}$  et  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ .
10. Superposition de solutions.
11. Rappels de terminale sur le calcul intégral. Théorème fondamental du calcul intégral.
12. Dérivée de  $x \mapsto \int_{\alpha}^x f(t) dt$  où  $f$  est continue (résultat admis pour l'instant). Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.
13. Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.
14. Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes, notamment primitives de  $x \mapsto e^{\alpha x} \cos bx$  et  $x \mapsto e^{\alpha x} \sin bx$ .
15. Primitives de fonctions du type  $x \mapsto 1/(ax^2 + bx + c)$ . Primitives des fonctions puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme et  $x \mapsto 1/(1 + x^2)$ ,  $x \mapsto 1/\sqrt{1 - x^2}$ .
16. Intégration par parties pour les fonctions de classes  $\mathcal{C}^1$ . Application au calcul de primitives.

## QUESTIONS DE COURS RELATIVES AU PROGRAMME DE COLLES

1. Définition d'image directe et réciproque d'une partie par une application. Semaine 7 début
2. Preuve de l'équation fonctionnelle de ln :  $\forall (x, y) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$ ,  $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ .
3. Définition, dérivée et courbe de arcsin, arccos, arctan. (preuve du calcul de la dérivée) Semaine 8 début
4. Définition et dérivée de sh, ch, th. Courbes représentatives.
5. Structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 et justification.
6. Étude de l'équation homogène d'une EDL d'ordre 1
7. Méthode de variation de la constante pour les EDL d'ordre 1
8. Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire d'ordre 1 (énoncé + preuve) Semaine 7 fin
9. Équation caractéristique pour les EDL d'ordre 2 à coefficients constants. Ensemble des solutions de l'ESSM (3 cas) (résultat seulement)
10. Solution particulière d'une EDL d'ordre 2 à coefficients constants lorsque le second membre est de la forme  $x \mapsto A e^{\lambda x}$  (résultat seulement) Semaine 8 fin